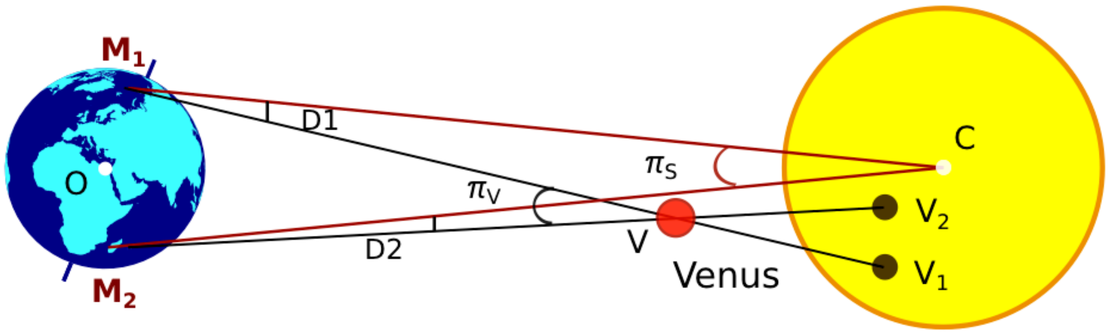
ZAŁĄCZNIK I. Dokładny opis obliczeń z wykorzystaniem Metody 1.

Określanie odległości Ziemi od Słońca oparte jest na zjawisku paralaksy (patrz wyżej). Projekcje Wenus obserwowanej z dwóch różnych miejsc widoczne są w dwóch punktach na tarczy Słońca. W związku z tym w metodzie tej wykorzystywane są obserwacje z różnych miejsc na Ziemi. Im bardziej oddalone od siebie są te miejsca, tym wyraźniejszy wpływ perspektywy a więc tym dokładniejsze pomiary na odległość. Obserwacje muszą być uzupełnione z wykorzystaniem praw Keplera, które opisują orbity planet krążących dookoła Słońca. Prawa te zostały odkryte przez Johannesa Keplera (1571−1630) na podstawie licznych obserwacji ruchu planet. Prawo powszechnego ciążenia sformułowane przez Izaaka Newtona (1642−1727), zastosowane w przypadku dwóch ciał krążących dookoła wspólnego środka masy, wyjaśnia trzy empiryczne prawa Keplera.
Zjawisko paralksy sprawia, że obserwowana z dwóch miejsc M_1 i M_2 (Rys. 13 i Rys. 8) i w tym samym czasie t, Wenus projektowana jest w dwa różne punkty na tarczy słońca V_1 i V_2 .



Rys 13: Obserwacja tranzytu Wenus na tle tarczy Słońca z dwóch różnych miejsc M_1 i M_2, dokonane w tej samej chwili.

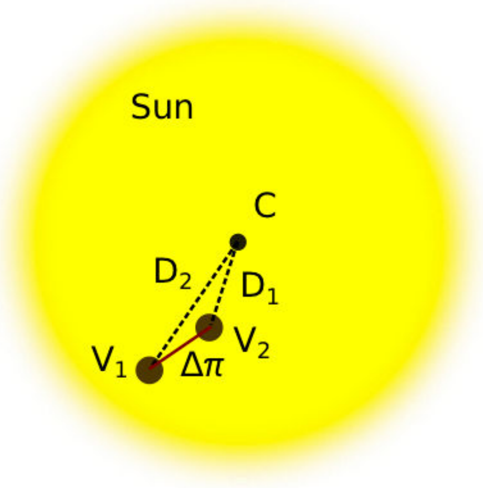
Punkt O to środek Ziemi, C to środek Słońca, a V_1 i V_2 to obserwowane środki projekcji Wenus widziane, odpowiednio, z punktów M_1 i M_2. Kąty D_1 i D_2 zawierają się między środkami Wenus i Słońca, widzianymi z punktów M_1 i M_2, tzn. są to kąty paralaksy CM_1V1 i CM_2V_2. Podobnie definiujemy kąty π_S i π_V jako kąty między M_1 i M_2, widzianymi ze słońca i Wenus, tzn. kąty M_1VM_2 i M_1CM_2.
Ponieważ cztery punkty M_1, M_2, C i V nie znajdują się na tej samej płaszczyźnie (najczęściej M_1 i M_2 nie znajdują się na tym samym południku niebieskim, albo Ziemia, Wenus i Słońce nie są dokładnie na tej samej linii), problem komplikuje się z powodu geometrii.
W praktyce, można obliczyć wartość $\Delta\pi$ na podstawie dwóch obrazów, mierząc pozycję środka Wenus na każdym z nich w stosunku do jakiegoś punktu odniesienia na tarczy Słońca (np. plamy na słońcu) i porównując oba pomiary. Wartości mierzone są w jednostkach odległości, na przykład milimetrach, a następnie należy je przekształcić na odległości kątowe, które można uzyskać znając pozorną średnicę Słońca.
Załóżmy, że (x_1, y_1) i (x_2, y_2) to różnice odległości między środkiem tarczy Wenus i punktem odniesienia, mierzone w milimetrach w poziomie i pionie na każdym z

obrazów. Różnice odległości w sekundach kątowych otrzymywane są przez mnożenie wartości x i y przez czynnik skali (ε).

$$Skala\ (\varepsilon) = \frac{Pozorna\ średnica\ słońca\ (sekundy\ kątowe)}{średnica\ Słońca\ (mm\ lub\ piksele)}$$

Odległość między środkami Wenus na dwóch obrazach wyniesie:

$\Delta\pi$ (sekundy kątowe) = $[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{1/2} \cdot \varepsilon$



Rys 14: Miejsca projekcji Wenus na tarczy Słońca.

Załóżmy, że r_v i r_t to odległości miedzy, odpowiednio, środkami Słońca, Wenus i Ziemi w momencie obserwacji t. Ponieważ projekcja odległości *d* między M_1 i M_2 na płaszczyźnie prostopadłej do OC jest mała w porównaniu z odległościami między Ziemią i Słońcem oraz Ziemią i Wenus, możemy dokonać przybliżenia:

$\pi_S = d/r_T$
$\pi_V = d/(r_T - r_V)$,

a z tego możemy obliczyć:

$\pi_V = \pi_S\, r_T/(r_T - r_V)$

$\Delta\pi = \pi_S\, (r_T/(r_T - r_V) - 1) = \pi_S\, r_V/(r_T - r_V)$

zatem:

$\pi_S = d/r_T = \Delta\pi\, (r_T/r_V - 1)$.

Na podstawie powyższego wyrażenia możemy obliczyć odległość r_T, jeżeli znamy odległość kątową $\Delta\pi$ pomiędzy dwoma środkami V_1 i V_2, oraz stosunek r_T / r_V pomiędzy odległością między Ziemią a Słońcem i Wenus a Słońcem. (We wszystkich wyrażeniach wartości π_V, π_S i $\Delta\pi$ wyrażane są w radianach. Aby przeliczyć je na

sekundy łuku, dzięki czemu można je będzie podstawić do równań, należy pomnożyć je przez 648000 i podzielić przez wartość π).
$\Delta\pi$ jest wartością obserwowalną, *d* może zostać określone z wykorzystaniem punktów na Ziemi (patrz Załącznik II) a zatem jedyną wartością potrzebną do rozwiązania problemu jest stosunek r_T/r_V – odległości między Ziemią i Słońcem oraz Wenus i Słońcem.

Określanie średniej odległości.

Możemy także określić średnią odległość mięzy Ziemią a Słońcem (R_T) i odpowiadającą jej średnią paralaksę π_o, której związek z wiekością promienia Ziemi na równiku określa wzór:
$\pi_o \approx R/R_T$
i aby tego dokonać przeprowadzić dodatkowe rozumowanie.
Średnia odległość między Ziemią a Słońcem R_T może być również zdefiniowana jako promień Ziemi, który istniałby, gdyby Ziemia była kulą ze środkiem znajdującym się w tym samym miejscu, co środek elipsy, stanowiącej jej rzeczywistą orbitę. W tym przypadku wartość R_T odpowiada wartości półosi wielkiej orbity a (a=1,000014 R_T).
Możemy zatem wyrazić wartość średnią wartość paralaksy jako:

$$\pi_s = \frac{d}{r_T} = \frac{R}{R_T}\left[\frac{d}{R}\cdot\frac{R_T}{r_T}\right] = \pi_o\left[\frac{d}{R}\cdot\frac{a}{r_T}\right] \Rightarrow \pi_o = \frac{R}{d}\cdot\frac{r_T}{a}\cdot\pi_s$$